

25.6.2020

## עבודת קיץ למסיימי כיתה י'

תלמידים יקרים,

ענו על השאלות הבאות בצורה מפורטת וברורה. מומלץ לענות בכל פעם על שאלות משני

נושאים שונים במקביל ולא לענות נושא אחר נושא.

- עליכם להגיש את העבודה עד ליום חמישי 3/9/2020.
- יש להקפיד לפרט את כל דרך הפתרון בכתב קריא וברור, ולהגיש את התרגילים **מסודרים**

### **על פי סדר העבודה.**

- בשבוע הראשון של חודש ספטמבר יתקיים בוחן על נושאי העבודה.
- יש להגיש את העבודה בקלסר חצי שקוף / בדפדפת גדולה, ללא שמרדפים.
- יש לצרף את דף השער והטבלה המצורפים ולסמן ב-V את התרגילים שפתרתם.

עבודה פורייה וחופש נעים מצוות המתמטיקה.

**דף שער - עבודת במתמטיקה לתלמידים העולים לכיתה יא' 5 יח"ל**

שם התלמיד/ה: _____	<b>כיתת אם:</b> _____	<b>מורה בכיתה י':</b> _____
--------------------	-----------------------	-----------------------------

**יש לסמן V ליד כל תרגיל שפתרתם במלואו:**

	8	7	6	5	4	3	2	1	<b>חשבון דיפרנציאלי</b> (פונק' רציונאלית ופונק' שורש)
	16	15	14	13	12	11	10	9	
	8	7	6	5	4	3	2	1	<b>גיאומטריה</b>
					12	11	10	9	
	8	7	6	5	4	3	2	1	<b>טריגונומטריה במישור</b>
		15	14	13	12	11	10	9	
	8	7	6	5	4	3	2	1	<b>אלגברה</b> (משוואות ואי שיוויונות)
				13	12	11	10	9	
	8	7	6	5	4	3	2	1	<b>משוואות טריגונומטריות</b>
					12	11	10	9	

## חשבון דיפרנציאלי

1. הישר  $x = -1$  הוא אסימפטוטה לפונקציה  $y = \frac{ax+16}{x^2-3x-b}$ . בנקודה  $x = 2$  לפונקציה יש נקודת קיצון.

- א. מצא את  $a$  ואת  $b$ .
- ב. מצא: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, אסימפטוטות מקבילות לצירים, נקודות קיצון, תחומי עליה וירידה.
- ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ד. דרך כל אחת משתי נקודות הקיצון של הפונקציה מעבירים משיק וישר המאונך למשיק. ארבעת הישרים הנ"ל יוצרים מרובע. חשב את שטח המרובע.

2. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{3x^3 + 12 - x^2}{x^3} - 3$ .

- א. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:
  1. תחום ההגדרה.
  2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
  3. נקודות החיתוך עם הצירים.
  4. תחומי העליה והירידה.
  5. האסימפטוטות.
- ב. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. מצא עבור אילו ערכי  $k$  יהיו לישר  $y = k$  שתי נקודות חיתוך עם הפונקציה.

3. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{x - 10}$ . המרחק בין שתי נקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $x$  הוא 12 יח'.

- א. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:
  1. ערכו של  $a$  ( $0 < a$ ) ותחום ההגדרה.
  2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
  3. נקודות החיתוך עם הצירים.
  4. תחומי העליה והירידה.
  5. האסימפטוטה.
- ב. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. דרך נקודות הקיצון של גרף הפונקציה  $f(x)$  עוברים שני ישרים המקבילים לציר ה- $y$ . שני ישרים אלו יוצרים ריבוע עם ציר ה- $x$  והישר  $y = p^2$ . מצא את ערכיו האפשריים של הפרמטר  $p$ .

4. שתיים מהאסימפטוטות של הפונקציה:  $f(x) = a + \frac{2x^2 - x - 62}{b - x^2}$  נחתכות בנקודה  $(6,0)$ .

- א. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:
  1. ערכם של  $a$  ו- $b$  ותחום ההגדרה.
  2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
  3. נקודות החיתוך עם הצירים.
  4. תחומי העליה והירידה.
  5. האסימפטוטות.
- ב. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. הגדירו פונקציה חדשה:  $g(x) = |f(x)|$ . מצא את נקודות הקיצון של גרף  $g(x)$  ואת סוגן.

.5

נקודת הקיצון של גרף הפונקציה:  $f(x) = \frac{ax^2 - 4a}{x^2 - 1}$  נמצאת על הישר  $y = 4$ .

א. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:

1. הפרמטר  $a$  ותחום ההגדרה. 2. נקודת הקיצון ואת סוגה.

3. נקודות החיתוך עם הצירים. 4. תחומי העליה והירידה.

5. האסימפטוטות.

ב. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. מצא באילו תחומים מתקיים:  $f'(x) \cdot f(x) > 0$ .

.6

אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה:  $f(x) = b + \frac{x^2 + a}{x^2 + x - 2}$  נמצאת בראשית הצירים.

א. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:

1. הפרמטרים  $a$  ו- $b$  ותחום ההגדרה. 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.

3. נקודת החיתוך עם הצירים. 4. תחומי העליה והירידה.

5. האסימפטוטות.

ב. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. הגדירו פונקציה חדשה:  $g(x) = f(x) + p$ . מצא את ערכו של הפרמטר  $p$  שעבורו תהיה לגרף

הפונקציה  $g(x)$  נקודת השקה אחת ויחידה לציר ה- $x$ .

.7

המכנה של הפונקציה:  $f(x) = \frac{8bx}{x^2 - px + p}$  ( $0 < p$ ) מתאפס עבור ערך  $x$  יחיד.

א. מצא את ערכו של הפרמטר  $p$ .

ב. נקודת הקיצון היחידה של גרף  $f(x)$  נמצאת ברביע השלישי ומרחקה מראשית הצירים

הוא  $\sqrt{5}$  יח' אורך. מצא את ערכו של הפרמטר  $b$ .

ג. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:

1. נקודת החיתוך עם הצירים. 2. נקודת הקיצון ואת סוגה.

3. תחומי העליה והירידה. 4. האסימפטוטות.

ד. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. הגדירו פונקציה חדשה:  $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ . שרטט את גרף הפונקציה  $g(x)$ .

.8

הישר  $y = 2$  הוא אסימפטוטה של הפונקציה  $f(x) = a + \frac{4x - 15}{(x - 4)^2}$ .

א. מצא את הערך של  $a$ .

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. הפונקציה  $g(x)$  המקיימת  $g(x) = 2f(x) + c$ . נקודת המינימום

של הפונקציה  $g(x)$  היא  $(3.5; 3)$ . מצא את ערך הפרמטר  $c$ .

9. נתונה הפונקציה  $y = \frac{x}{x^2 + 2x + b^2}$  ( $b > 1$ ).

- א. הבע באמצעות  $b$  את נקודות הקיצון של הפונקציה.  
 ב. מצא את  $b$  אם ערך הפונקציה בנקודת המקסימום שלה הוא  $\frac{1}{8}$ .

10. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + 8x}{x^2 + 8}$ .

- א. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה, (4) נקודות חיתוך עם הצירים, (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.  
 ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ג. הפונקציה  $f(x)$  היא נגזרת של פונקציה אחרת  $g(x)$ , כלומר  $g'(x) = f(x)$ . בהנחה שתחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$  זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ :  
 (1) מצא את שיעורי ה- $x$  של הנקודות שבהן לפונקציה  $g(x)$  יש נקודות קיצון וקבע את סוג הקיצון.  
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .  
 (3) הסבר מדוע לפונקציה  $g(x)$  אין אסימפטוטה אופקית.

11. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 8x - 15}$ .

- א. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:  
 1. תחום ההגדרה.  
 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.  
 3. נקודות החיתוך עם הצירים.  
 4. תחומי העלייה והירידה.  
 ב. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. מצא באילו תחומים מתקיים:  $f'(x) \cdot f(x) < 0$ .

12. לפונקציה  $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{m - 2x}$  יש נקודת קיצון פנימית הנמצאת על הישר  $y = 128$ .

- א. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:  
 1. ערכו של  $m$  ואת תחום ההגדרה.  
 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.  
 3. נקודות החיתוך עם הצירים.  
 4. תחומי העלייה והירידה.  
 ב. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. מצא כמה פתרונות יש למשוואה:  $f'(x) = f(x)$ , מבלי לפתור ישירות את המשוואה.

13.

לפונקציה:  $f(x) = x \cdot \sqrt{3bx - 3x^2}$  ( $0 < b$ ) יש נקודת קיצון פנימית ששיעור ה- $y$  שלה הוא 9.

א. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:

1. ערכו של  $b$  ותחום ההגדרה. 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.

3. נקודות החיתוך עם הצירים. 4. תחומי העליה והירידה.

ב. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. הגדירו פונקציה חדשה:  $g(x) = \sqrt{f(x)}$ . ישר המקביל לציר ה- $x$  משיק לגרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודה

$A$  וחותך את ציר ה- $y$  בנקודה  $B$ . ראשית הצירים בנקודה  $O$ . חשב את שטח המשולש  $\Delta ABO$ .

14.

נתונה פונקציה:  $f(x) = x + \sqrt{18 - x^2}$ .

א. קבע האם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית, אי זוגית, או שאינה זוגית ואינה אי זוגית.

ב. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:

1. תחום ההגדרה. 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.

3. נקודות החיתוך עם הצירים. 4. תחומי העליה והירידה.

ג. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. מצא באמצעות הגרף ששרטטת, כמה פתרונות יש למשוואה:  $f(x) = \frac{1}{f(x)}$ .

15.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4x+5}$ .

א. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה.

(4) נקודות חיתוך עם הצירים. (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g(x) = \sqrt{f(x)}$ .

שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

16.

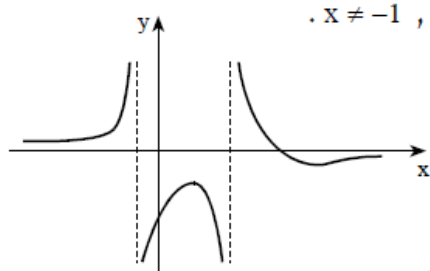
נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + m}$ .

א. מצא לאילו ערכים של  $m$  הפונקציה מוגדרת לכל ערך של  $x$ .

ב. מצא את  $m$  אם ידוע שלישר  $y = 2$  יש נקודה אחת משותפת עם גרף

הפונקציה  $f(x)$ .

## פתרונות – חשבון דיפרנציאלי



א.  $a = -2$ ,  $b = 4$ . ב. תחום הגדרה:  $x \neq -1$ ,  $x \neq 4$ .

נקודות חיתוך:  $(8; 0)$ ,  $(0; -4)$ .

אסימפטוטות:  $x = 4$ ,  $x = -1$ ,  $y = 0$ .

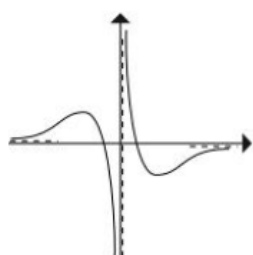
נקודות קיצון:  $(2; -2)$  מקסימום,

$(14; -0.08)$  מינימום.

עלייה:  $x > 14$  או  $-1 < x < 2$  או  $x < -1$ .

ירידה:  $2 < x < 4$  או  $4 < x < 14$ . ד. 23.04.

1.

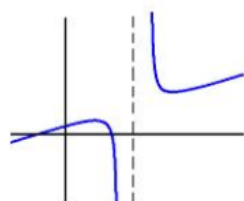


א.  $x \neq 0$  (1)  $Max\left(-6, \frac{1}{9}\right)$ ,  $Min\left(6, -\frac{1}{9}\right)$  (2)  $(-3.46, 0)$ ,  $(3.46, 0)$  (3)

(4) עולה:  $6 < x$  או  $x < -6$ ; יורדת:  $0 < x < 6$  או  $-6 < x < 0$ .

(5)  $x = 0$ ,  $y = 0$ . ב. השרטוט משמאל. ג.  $k = 0, -\frac{1}{9}, \frac{1}{9}$ .

2.



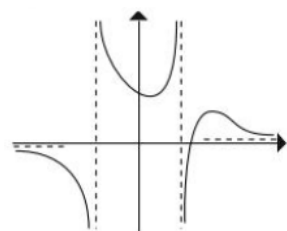
א.  $a = 6$ , תחום ההגדרה:  $x \neq 10$  (1)  $Min(18, 36)$ ,  $Max(2, 4)$  (2)

(3)  $(-6, 0)$ ,  $(0, 3.6)$ ,  $(6, 0)$  (4) עולה:  $x < 2$  או  $18 < x$ ;

יורדת:  $2 < x < 10$  או  $10 < x < 18$  (5)  $x = 10$ . ב. השרטוט משמאל.

ג.  $p = \pm 4$ .

3.



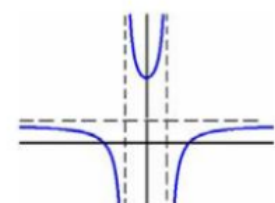
א.  $a = 2$ ,  $b = 36$ , תחום ההגדרה:  $x \neq \pm 6$  (1)  $Min(2, 0.02)$ ,  $Max(18, 0.02)$  (2)

(3)  $(0, 0.27)$ ,  $(10, 0)$  (4) עולה:  $6 < x < 18$  או  $2 < x < 6$ ;

יורדת:  $x > 18$  או  $-6 < x < 2$  או  $x < -6$  (5)  $x = -6, x = 6, y = 0$

ב. השרטוט משמאל. ג.  $Min(2, 0.02)$ ,  $Min(10, 0)$ ,  $Max(18, 0.02)$ .

4.



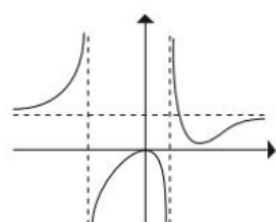
א.  $a = 1$ , תחום ההגדרה:  $x \neq \pm 1$  (1)  $Min(0, 4)$  (2)  $(-2, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(0, 4)$  (3)

(4) עולה:  $1 < x$  או  $0 < x < 1$ ; יורדת:  $-1 < x < 0$  או  $x < -1$ .

(5)  $x = -1, x = 1, y = 1$ . ב. השרטוט משמאל.

ג.  $2 < x$  או  $0 < x < 1$  או  $-2 < x < -1$ .

5.



א.  $a = 0$ ,  $b = 0$ , תחום ההגדרה:  $x \neq -2, 1$  (1)  $Max(0, 0)$ ,  $Min(4, 0.88)$  (2)

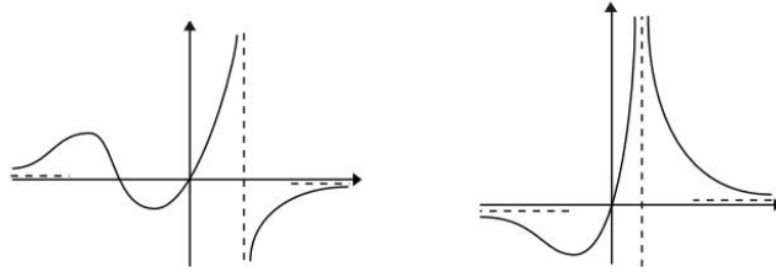
(3)  $(0, 0)$  (4) עולה:  $4 < x$  או  $-2 < x < 0$  או  $x < -2$ ; יורדת:  $1 < x$  או

$0 < x < 1$  (5)  $x = -2, x = 1, y = 1$ . ב. השרטוט משמאל. ג.  $p = 0, -0.88$ .

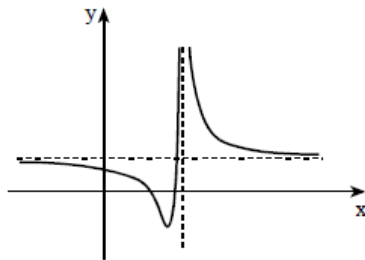
6.

.7

א.  $p=4$  . ב.  $b=1$  . ג.  $(0,0)$  (2) .  $Min(-2,-1)$  (3) . עולה:  $-2 < x < 2$  .  
 יורדת:  $2 < x$  או  $x < -2$  (4) .  $y=0, x=2$  . ד. השרטוט הימני . ה. השרטוט השמאלי.



.8

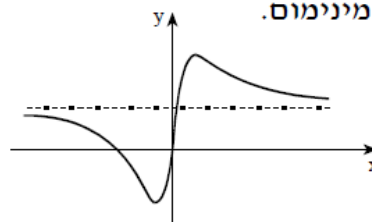


א. 2 . ב.  $x \neq 4$  .  
 ג. מינימום.  $(3.5; -2)$  .  
 ד.  $(0; 1\frac{1}{16})$  ,  $(3.71; 0)$  ,  $(2.29; 0)$  .  
 ו. 7 .

.9

א.  $(b; \frac{1}{2b+2})$  מקסימום,  $(-b; \frac{-1}{2b-2})$  מינימום. ב. 3 .

.10



א. (1) כל  $x$  . (2)  $(4; 2)$  מקסימום,  $(-2; -1)$  מינימום.

(3) עלייה:  $-2 < x < 4$  ;

ירידה:  $x < -2$  או  $x > 4$  .

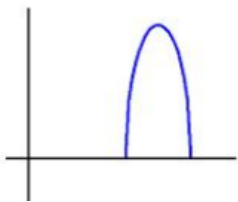
(4)  $(-8; 0)$  ,  $(0; 0)$  . (5)  $y=1$  .

ג. (1)  $x=0$  מינימום,  $x=-8$  מקסימום.

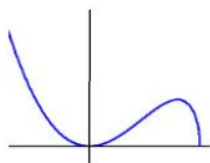
(2) עלייה:  $x < -8$  או  $x > 0$  ;

ירידה:  $-8 < x < 0$  .

.11



א. (1)  $3 \leq x \leq 5$  (2) פנימית:  $Max(4, 1)$  , קצה:  $Min(3, 0)$  ,  $Min(5, 0)$  (3)  $(3, 0)$  ,  $(5, 0)$  .  
 (4) עולה:  $3 < x < 4$  ; יורדת:  $4 < x < 5$  . ב. השרטוט משמאל. ג.  $4 < x < 5$  .



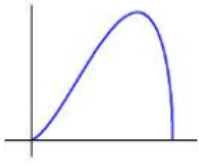
א. (1)  $m=20$  , תחום ההגדרה:  $x \leq 10$  (2) פנימית:  $Min(0,0)$  ,  $Max(8,128)$  .

קצה:  $Min(10,0)$  (3)  $(0,0)$  ,  $(10,0)$  (4) עולה:  $0 < x < 8$  ;

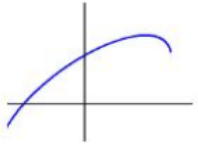
יורדת:  $8 < x < 10$  או  $x < 0$  . ב. השרטוט משמאל. ג. שניים.

.12

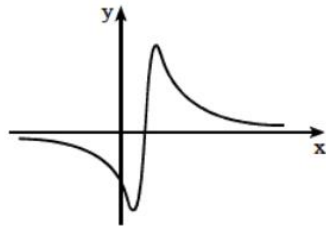




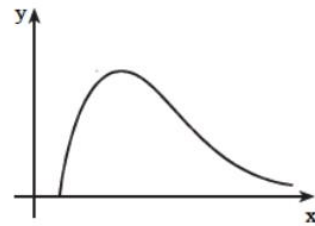
13. א. 1)  $b = 4$ , תחום ההגדרה:  $0 \leq x \leq 4$  (2) פנימית:  $Max(3,9)$ .  
 קצה:  $Min(0,0)$ ,  $Min(4,0)$  (3)  $(0,0)$ ,  $(4,0)$ . עולה:  $0 < x < 3$ ; יורדת:  $3 < x < 4$ .  
 ב. השרטוט משמאל. ג. 4.5 יח"ר.



14. א. אינה זוגית ואינה אי זוגית. ב. 1)  $-4.24 \leq x \leq 4.24$  (2) פנימית:  $Max(3,6)$ ,  
 קצה:  $Min(-4.24,-4.24)$ ,  $Min(4.24,4.24)$  (3)  $(-3,0)$ ,  $(0,4.24)$ .  
 עולה:  $-4.24 < x < 3$ ; יורדת:  $3 < x < 4.24$ . ג. השרטוט משמאל. ד. שניים.

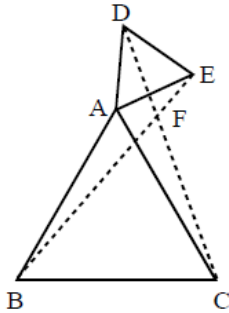


15. א. (1) כל  $x$ .  
 (2) מינימום,  $(1; -\frac{1}{2})$ , מקסימום,  $(3; \frac{1}{2})$ .  
 (3) עלייה:  $1 < x < 3$ .  
 ירידה:  $x < 1$  או  $x > 3$ .  
 (4)  $(0; -0.4)$ ,  $(2; 0)$ . (5)  $y = 0$ .



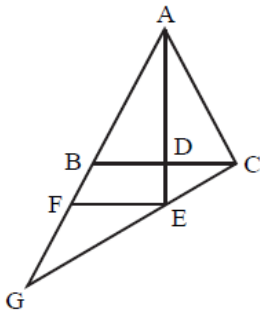
16. א.  $m \geq 9$ . ב.  $m = 13$ . 39.  $a < 0$ , מקסימום.

## גיאומטריה של המישור

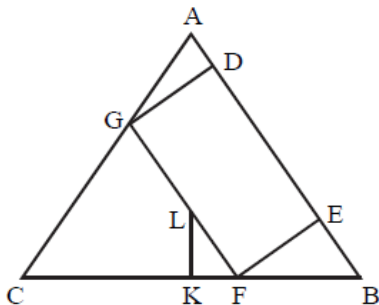


1. המשולשים ABC ו- ADE הם משולשים שווים-צלעות. הקטעים BE ו- CD נחתכים בנקודה F.  
 א. הוכח:  $BE = CD$ .  
 ב. הוכח:  $\angle ACD = \angle ABE$ .  
 ג. חשב את הזווית BFC.

**תשובה:** ג.  $60^\circ$ .

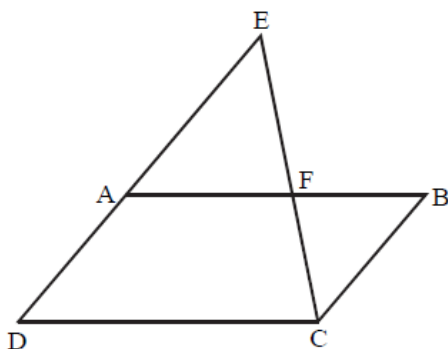


2. הנקודה D נמצאת על הצלע BC של משולש שווה-שוקיים ABC ( $AB = AC$ ). G היא נקודה על המשך הצלע AB. הקטע FE מקביל ל-BC. נתון:  $AE \perp BC$ . הוכח:  $\frac{GF}{BF} = \frac{AG}{AC}$ .

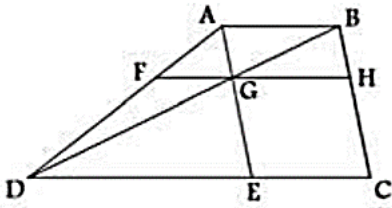


3. במשולש שווה-שוקיים ABC ( $AC = AB$ ) חסום מלבן GFED (ראה ציור). נקודה L, הנמצאת על צלע המלבן GF, היא מפגש התיכונים במשולש ABC. דרך הנקודה L העבירו אנך לצלע BC החותך את BC בנקודה K. א. הוכח:  $\triangle KAB \sim \triangle KLF \sim \triangle EFB$ .  
 ב. נתון:  $BC = 18$  ס"מ,  $AB = 15$  ס"מ. חשב את אורכי הקטעים EF ו- KF.

**תשובה:** ב. 3 ס"מ, 4.8 ס"מ.



4. המרובע ABCD הוא מקבילית (ראה ציור).  
 א. הוכח:  $\frac{BF}{FA} = \frac{AD}{AE}$ .  
 ב. (1) הוכח:  $\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle AEF}} = \frac{AD}{AE}$ .  
 (2) היעזר בסעיף א' ובתת סעיף ב' (1), והוכח:  $S_{\triangle ADF} = S_{\triangle BEF}$ .



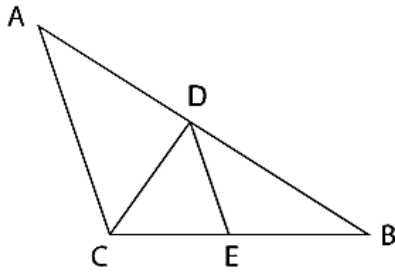
5. בטרפז ABCD הישר FH מקביל לבסיסים. נתון:  $AE \parallel BC$ .

א. הוכח:

$$BH \cdot DE = CH \cdot CE \quad (1)$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AF}{DF} \quad (2)$$

ב. מעבירים את הישרים AC ו-FE. הוכח:  $FE \parallel AC$ .



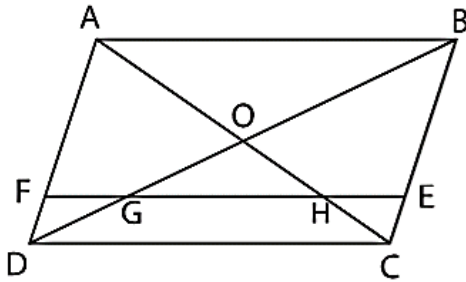
6. במשולש  $\triangle ABC$  הישר CD הוא חוצה הזווית  $\angle ACB$ . הישר DE מקביל לצלע AC.

א. הוכח:  $BC \cdot CE = AC \cdot BE$ .

ב. נסמן:  $AC = 2m$ ,  $BE = m$ . הבע באמצעות m את אורך DE.

ג. הוכח:  $AB \perp CD$ .

7. במקבילית ABCD ששטחה 180 סמ"ר האלכסונים נחתכים בנקודה O. נתון:  $OH = 2CH$ ,  $AB \parallel EF$ .



א. הוכח: אלכסוני המקבילים מחלקים אותה לארבעה משולשים ששטחם שווה.

ב. חשב את שטח:

1. המשולש  $\triangle CDO$ .

2. המשולש  $\triangle GOH$ .

3. הטרפז CDGH.

8. במשולש שווה השוקיים  $\triangle ABC$  ( $AC = BC$ ), הישר EK מקביל

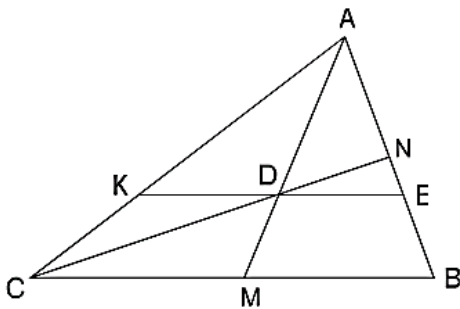
לבסיס BC ועובר דרך הנקודה D שהיא מרכז הכובד

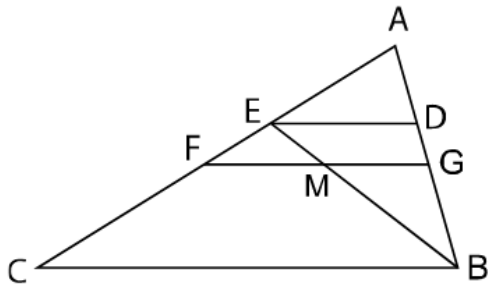
במשולש  $\triangle ABC$  (נקודת מפגש התיכונים AM ו-CN).

א. חשב את היחסים: (1)  $\frac{AE}{BE}$  (2)  $\frac{AE}{EN}$ .

ב. נתון:  $CD = 8$  ס"מ,  $BE = 6$  ס"מ. חשב את אורך BC.

ג. חשב את שטח המשולש  $\triangle ACD$ .





9. במשולש  $\triangle ABC$  הישר  $FG$  הוא קטע אמצעים והישר  $DE$  מקביל לצלע  $BC$ . הישר  $BE$  חוצה את הזווית  $\angle ABC$ .

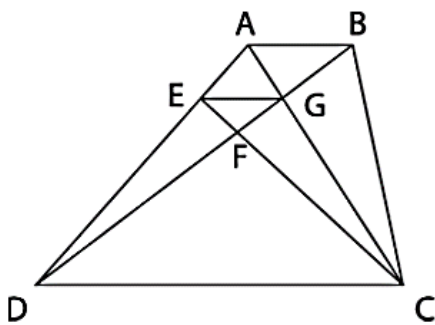
א. הוכח:  $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{BD}$ .

ב. נתון:  $AB = FG$ . נסמן:  $CF = a$ .

הבע באמצעות  $a$  את אורך  $AE$ .

ג. דרך הנקודות  $A$  ו- $M$  מעבירים ישר החותך את הצלע  $BC$  בנקודה  $N$ .

הוכח:  $\angle BMN = 90^\circ$ .



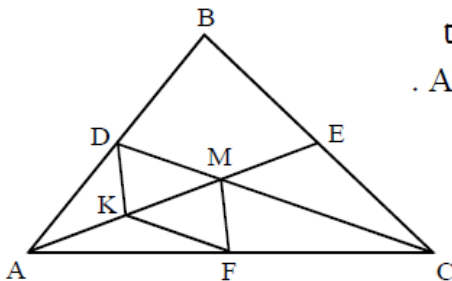
10. בסיסי הטרפז  $ABCD$  מקבילים לישר  $EG$ . נתון:  $CD = 3AB$ .

אלכסוני הטרפז  $CDEG$  נחתכים בנקודה  $F$ .

א. חשב את היחס  $\frac{EF}{CF}$ .

ב. נתון:  $BD = 40$  ס"מ. חשב את אורך הקטע  $DF$ .

ג. חשב את יחס השטחים:  $\frac{S_{CDEG}}{S_{\triangle ABG}}$ .



11. התיכונים  $AE$  ו- $CD$  במשולש  $ABC$  נפגשים בנקודה  $M$ .

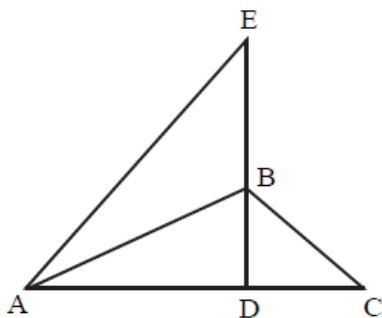
נקודה  $K$  היא אמצע הקטע  $AM$ .

$F$  היא נקודה על הצלע  $AC$

כך ש- $KF \parallel DC$  (ראה ציור).

הוכח: המרובע  $KDMF$

הוא מקבילית.



12. במשולש  $ABC$ , הגובה לצלע  $AC$  הוא  $BD$ .

נקודה  $E$  נמצאת על המשך הגובה  $BD$ ,

כך ש- $AB$  חוצה את הזווית  $\angle EAC$  (ראה ציור).

נתון:  $\angle BCA = 2 \cdot \angle BAC$ .

א. הוכח:  $BC \cdot ED = BD \cdot EA$ .

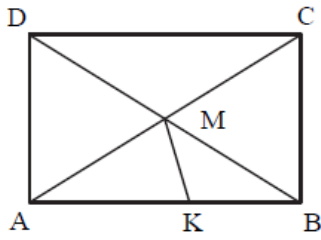
ב. היעזר בנתונים ובסעיף א',

והוכח:  $BC \cdot ED = AD \cdot BE$ .

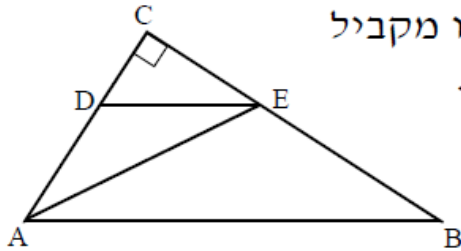
## פתרונות – גיאומטריה של המישור

<u>מספר שאלה</u>	<u>תשובה</u>
.5	הוכחות
.6	ב. m
.7	ב. 1) 45 סמ"ר. 2) 20 סמ"ר. 3) 25 סמ"ר.
.8	א. 1) 2. 2) 4. ב. 15 ס"מ. ג. 36 סמ"ר.
.9	ב. $AE = \frac{2}{3}a$ .
.10	א. 0.25. ב. 24 ס"מ. ג. 11.25.

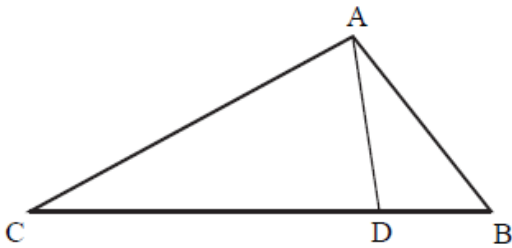
## טריגונומטריה של המישור



1. במלבן ABCD נתון:  $AB = 8.4$  ס"מ,  $AC = 10$  ס"מ,  $AM = AK$ .  
חשב את אורך הקטע MK.

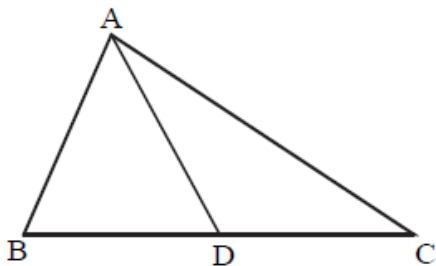


2. במשולש ישר-זווית ABC ( $\angle C = 90^\circ$ ) העבירו מקביל ליתר, החותך את הניצבים בנקודות D ו-E.  
נתון:  $\angle DAE = \alpha$ ,  $\angle ABE = \alpha$ ,  $DE = m$ .  
הבע באמצעות  $m$  ו- $\alpha$  את אורכי הקטעים AB ו-BE.

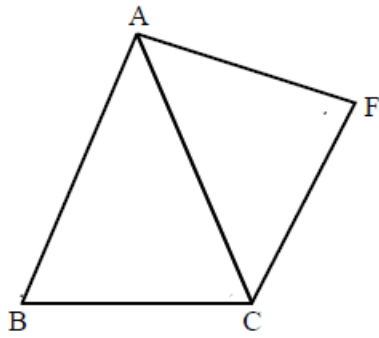


3. D היא נקודה על הצלע CB במשולש ABC.  
נתון:  $\angle DAB = 20^\circ$ ,  $\angle CAD = \alpha$ ,  $AC = 7$  ס"מ,  $AB = 5$  ס"מ.  
א. הבע באמצעות  $\alpha$  את היחס שבין שטח המשולש ADC לשטח המשולש ADB.

ב. מצא את  $\alpha$  כאשר שטחי המשולשים שווים.  
ג. בעבור איזה ערך של  $\alpha$  יחס השטחים הנ"ל הוא הגדול ביותר?



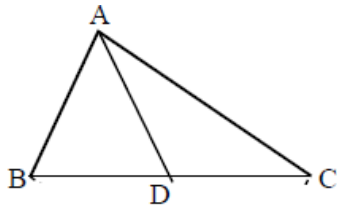
4. AD הוא התיכון לצלע BC במשולש ABC.  
נתון:  $BC = 8$  ס"מ,  $AC = 7$  ס"מ,  $AB = AD$ .  
חשב את הזווית C ואת אורך הצלע AB.



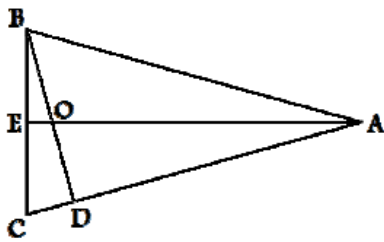
5. במשולש שווה-שוקיים  $ABC$  ( $AB = AC$ ) בנו על השוק  $AC$  משולש שווה-שוקיים  $AFC$  כך ש-  $AF = CF = BC = a$ .  
 נסמן:  $\angle ABC = \alpha$ ,  $\angle AFC = \beta$ .  
 א. (1) הבע את האורך של השוק  $AC$  באמצעות  $a$  ו- $\alpha$ .

(2) הוכח כי  $\cos \beta = 1 - \frac{1}{8 \cos^2 \alpha}$ .

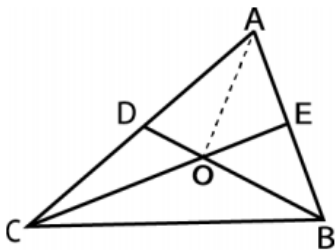
ב. נתון כי משולש  $AFC$  הוא ישר-זווית. מצא את הזוויות במשולש  $ABC$ .



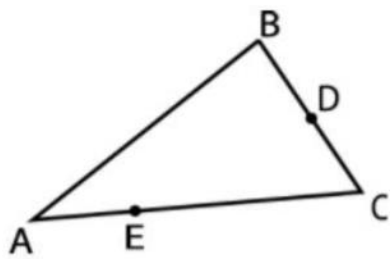
6.  $AD$  הוא התיכון לצלע  $BC$  במשולש  $ABC$ . נתון:  $12$  ס"מ  $AC = m$ ,  $\angle BAD = 42^\circ$ ,  $\angle DAC = 36^\circ$ . חשב את אורך התיכון  $AD$ .



7. במשולש שווה השוקיים  $\triangle ABC$  ששטחו  $28$  סמ"ר, נתון:  $10$  ס"מ  $AB = AC = m$ . הישר  $AE$  הוא חוצה הזווית החדה  $\angle BAC$ . הישר  $BD$  הוא הגובה לשוק  $AC$ . חשב את שטח המשולש  $\triangle ADO$ .  
 ב.  $\triangle ABO$ .



8. במשולש  $\triangle ABC$  התיכונים  $BD$  ו- $CE$  נחתכים בנקודה  $O$ . נתון:  $2$  ס"מ  $DO =$ ,  $3$  ס"מ  $EO =$ ,  $\angle EOB = 50^\circ$ .  
 א. חשב את היקף המשולש  $\triangle ABC$ .  
 ב. חשב את אורך הקטע  $AO$ .  
 ג. חשב את שטח המשולש  $\triangle ACO$ .

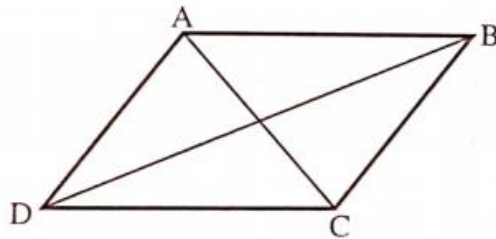


9. במשולש  $\triangle ABC$  נסמן:  $BC = 2m$ ,  $AC = 2BC$ ,  $\angle ACB = 60^\circ$ .

א. חשב את הזווית  $\angle BAC$ .

ב. הנקודה D היא אמצע BC. הנקודה E נמצאת על AC כך ש:  $CE = 3AE$ . נתון:  $DE = \sqrt{7}$  ס"מ. מצא את ערכו של הפרמטר m.

ג. חשב את שטח המרובע ABDE.



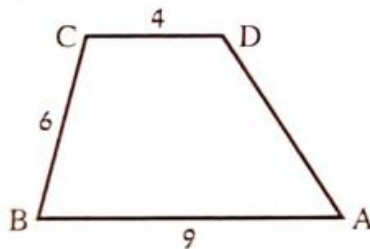
10. AC ו-BD הם האלכסונים

במקבילית ABCD. נתון:

$\angle BDC = 25^\circ$ , DC = 10 ס"מ,

$\angle ACD = 50^\circ$ .

חשב את הצלע AD.

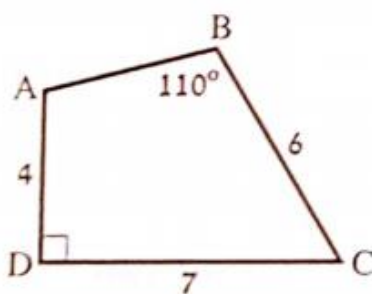


11. בטרפז ABCD שבו  $AB \parallel DC$  נתון:

AB = 9 ס"מ, BC = 6 ס"מ,

$\angle BCD = 105^\circ$ , CD = 4 ס"מ.

חשב את השוק AD.



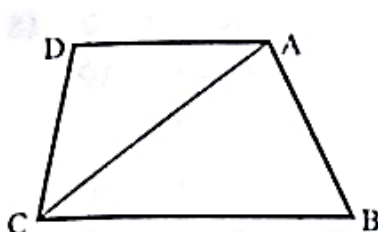
12. חשב את שטחו של המרובע

ABCD לפי הנתונים הבאים:

$\angle ABC = 110^\circ$ ,  $\angle ADC = 90^\circ$ ,

AD = 4 ס"מ, DC = 7 ס"מ,

BC = 6 ס"מ.



13. בטרפז ABCD שבו  $BC \parallel AD$

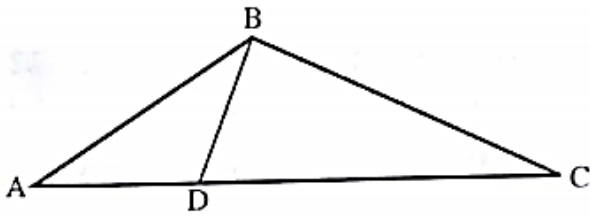
נתון: BC = 6 ס"מ, AD = 3 ס"מ,

$\angle ACB = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = 65^\circ$ .

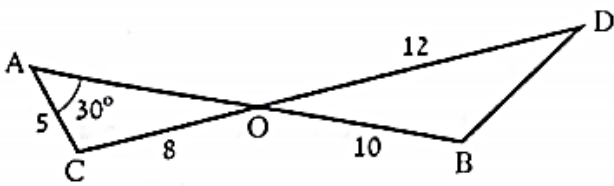
א. חשב את האורך של CD.

ב. חשב את גודל הזווית ADC.





14. במשולש ABC הנקודה D נמצאת על הצלע AC. נתון:  $\angle BDC = 70^\circ$ . רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADB הוא 8 ס"מ.  
 א. חשב את אורך הצלע AB.  
 ב. נתון גם:  $\angle ABC = 120^\circ$ ,  $BC = 19$  ס"מ. מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC.



15. הקטעים AB ו-CD נחתכים בנקודה O. נתון:  $\angle OAC = 30^\circ$ ,  $CO = 8$  ס"מ,  $AC = 5$  ס"מ,  $OD = 12$  ס"מ,  $OB = 10$  ס"מ. חשב את הזווית ODB.

פתרונות - טריגונומטריה של המישור

1. 2.828 ס"מ.
2.  $\frac{m \cos \alpha \sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha}$ ,  $\frac{m \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$
3. א.  $\frac{7 \sin \alpha}{5 \sin 20^\circ}$  . ב.  $14.14^\circ$  . ג.  $90^\circ$  .
4.  $31^\circ$ , 4.123 ס"מ.
5. א. (1)  $\frac{a \sin \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{a}{2 \cos \alpha}$  . ב.  $69.295^\circ$ ,  $69.295^\circ$ ,  $41.41^\circ$  .
6. 8.771 ס"מ.
7. א. 10.51 סמ"ר. ב. 12.65 סמ"ר.
8. א. 25.2 ס"מ. ב. 4.59 ס"מ. ג. 9.17 סמ"ר.
9. א.  $30^\circ$  . ב.  $m = 1$  . ג. 2.165 סמ"ר.
10. 8 ס"מ
11. 6.74 ס"מ
12. 24.46 סמ"ר
13. א.  $CD =$  . ב.  $109.94^\circ$
14. א. 15.04 ס"מ. ב. 17.06 ס"מ.
15.  $51.33^\circ$

## אלגברה (משוואות ואי שיויונות)

פתרו את המשוואות הבאות (היעזרו בפירוק לגורמים):

תשובה:  $5, 2\frac{1}{3}$  .1 
$$\frac{x+5}{5x-15} - \frac{6}{x+1} = \frac{2}{x-3} - 1$$

תשובה: 1 .2 
$$\frac{2x}{x^2-25} - \frac{1}{x-5} = \frac{1}{6}$$

פתרו את אי-השיויונות הבאים:

תשובה:  $-1 < x < 2$  או  $x > 5$  .3 
$$\frac{x^2-7x+10}{x+1} > 0$$

תשובה:  $x < 1$  או  $x \geq 2$  .4 
$$\frac{2x+2}{x-1} \leq 6$$

תשובה:  $x < -6$  או  $x \geq 2$  .5 
$$\frac{5x+2}{x+6} \geq \frac{3}{2}$$

תשובה:  $x \leq -\frac{1}{3}$  או  $1 < x < 2$  או  $x \geq 4$  .6 
$$\frac{x^2-x+12}{x^2-3x+2} \leq 4$$

תשובה:  $x > 0$  .7 
$$x^3 + 2x^2 + 4x > 0$$

תשובה:  $-\frac{1}{2} \leq x \leq 0$  או  $x \geq 3$  .8 
$$2x^3 \geq 5x^2 + 3x$$

משוואות דו-ריבועיות - פתרו את המשוואות הבאות :

תשובה : אין פתרון

$$2x^4 + 5x^2 + 3 = 0 \quad .9$$

תשובה :  $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$6x^4 - 5x^2 + 1 = 0 \quad .10$$

משוואות אי-רציונליות - פתרו את המשוואות הבאות :

תשובה : -2

$$x + \sqrt{8 - x^2} = 0 \quad .11$$

תשובה : 5

$$4x - 3\sqrt{x-1} = 14 \quad .12$$

תשובה : אין פתרון

$$\sqrt{2x+3} - \frac{x}{2\sqrt{2x+3}} = 0 \quad .13$$

## משוואות טריגונומטריות

פתרו את המשוואות הבאות - רשמו פתרון כללי במעלות:

$$\sin\left(\frac{x}{2} + 20^\circ\right) = 0.5 \quad .1$$

$$-\tan(x + 45^\circ) = 1 \quad .2$$

$$\sin(4x - 15) = \sin(2x + 15) \quad .3$$

$$\sin 3x \cdot \cos(2x + 20) = 0 \quad .4$$

$$\cos^2(2x - 30) = \frac{1}{4} \quad .5$$

$$\sqrt{2} \cos^2 3x - \cos 3x = 0 \quad .6$$

$$2\sin^2 3x - 7\sin 3x - 4 = 0 \quad .7$$

$$\tan^2 3x - 5\tan 3x - 6 = 0 \quad .8$$

$$\sin 5x = \sqrt{3} \cos 5x \quad .9$$

$$2\sin x - 5 = -\frac{2}{\sin x} \quad .10$$

$$\tan^2 x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x} \quad .11$$

$$4\sin^2 x = \tan^2 x \quad .12$$

### פתרונות – משוואות טריגונומטריות

1.  $20^\circ + 720^\circ k, 260^\circ + 720^\circ k$
2.  $90^\circ + 180^\circ k$
3.  $15^\circ + 180^\circ k, 30^\circ + 60^\circ k$
4.  $60^\circ k, 35^\circ + 90^\circ k$
5.  $-15^\circ + 180^\circ k, \pm 45^\circ + 180^\circ k, 75^\circ + 180^\circ k$
6.  $30^\circ + 60^\circ k, \pm 15^\circ + 120^\circ k$
7.  $-10^\circ + 120^\circ k, 70^\circ + 120^\circ k$
8.  $45^\circ + 60^\circ k, 26.84^\circ + 60^\circ k$
9.  $12^\circ + 36^\circ k$
10.  $30^\circ + 360^\circ k, 150^\circ + 360^\circ k$
11.  $225^\circ + 360^\circ k, 135^\circ + 360^\circ k$
12.  $180^\circ k, \pm 60^\circ + 360^\circ k, \pm 120^\circ + 360^\circ k$